**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5หน่วยการเรียนรู้ เมทริกซ์สลับเปลี่ยน เรื่อง สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน เวลา 2 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

เข้าใจความหมาย และหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

**สาระสำคัญ**

เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

**บทนิยาม 10**

ให้  ถ้า  โดยที่  สำหรับทุกและ

แล้วจะเรียก *B* ว่า **เมทริกซ์สลับเปลี่ยน (transpose of a matrix)**

ของ A เขียนแทนด้วย 

สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนมีดังต่อไปนี้

**ทฤษฎีบท 3**

1. = เมื่อ และ เป็นเมทริกซ์ขนาด
2.  =  เมื่อ เป็นเมทริกซ์ขนาด และ เป็นเมทริกซ์ขนาด

1.  = 
2.  =  เมื่อ *เป็นจำนวนจริง*

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. อธิบายการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
2. อธิบายสมบัติเมทริกซ์สลับเปลี่ยนได้
3. ใช้สมบัติเมทริกซ์สลับเปลี่ยนแก้ปัญหาเกี่ยวกับเมทริกซ์ได้

**สาระการเรียนรู้**

จากบทนิยาม จะได้ว่า

ให้  จะได้ 

ให้  จะได้ 

ถ้า  เป็นเมทริกซ์ขนาด แล้ว  จะเป็นเมทริกซ์ขนาด ที่มีสมาชิกในแถวที่  เหมือนกับสมาชิกในหลักที่  ของ  ทุก

สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนมีดังต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 3

1. = เมื่อ และ เป็นเมทริกซ์ขนาด
2.  =  เมื่อ เป็นเมทริกซ์ขนาด และ เป็นเมทริกซ์ขนาด
3.  = 
4.  =  เมื่อ *เป็นจำนวนจริง*

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

1. ครูทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมาชิกในแถวและหลักของเมทริกซ์ โดยกำหนดเมทริกซ์ดังต่อไปนี้
2. ครูถามคำถามนักเรียนดังนี้
   1. เมทริกซ์ A มีกี่แถว (m แถว) มีกี่หลัก (n หลัก)
   2. ขนาดของเมทริกซ์ A คือ ()
   3.  เป็นสมาชิกในแถวและหลักใดของเมทริกซ์ A (สมาชิกในแถวที่ 2 หลักที่ 3)
3. ครูแนะนำขั้นตอนในการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน ดังต่อไปนี้

กำหนด 

**วิธีทำ**

1. กดปุ่ม w กด 4 เพื่อเลือกเมนู 4: Matrix



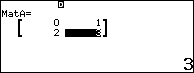
1. กดปุ่ม 1 เพื่อสร้าง Matrix A



1. กำหนด จำนวนแถว (Row) เป็น 2 กดปุ่ม 2



1. กำหนด จำนวนหลัก (Columns) เป็น 2 กดปุ่ม 2



* 1. ใส่สมาชิกของเมทริกซ์ A ดังนี้

กด 0=1=2=3=



* 1. กดปุ่ม C เพื่อไปที่หน้าคำนวณเมทริกซ์



* 1. กด T R จะพบคำสั่ง 3:Transposition



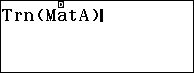


* 1. กดปุ่ม 3เพื่อเลือกคำสั่ง 3: Transposition



* 1. ต้องการสลับเปลี่ยนเมทริกซ์ใด ในที่นี้เมทริกซ์ A

กดT เพื่อเรียกเมทริกซ์



เมทริกซ์ A อยู่ที่ 3: MatA ให้กด3)



* 1. กดปุ่ม = หน้าจอจะแสดง MatAns ซึ่งก็คือ ทรานสโพส

ของเมทริกซ์ A หรือเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ A นั่นเอง

* 1. จากนั้นครูจึงสรุปว่าคำตอบที่ได้คือ เมทริกซ์สลับเปลี่ยนของ A แทนด้วยสัญลักษณ์ 

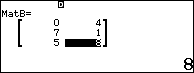
1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยน
2. ครูให้นักเรียนแต่ละคนเพื่อทำใบกิจกรรมที่ 5 โดยให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อโดยทำทีละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
3. จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 1 นักเรียนจะได้สำรวจเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ (ขั้นการสำรวจ)
4. เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 1 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปจากการตอบคำถามท้ายข้อซึ่งมีแนวตอบดังนี้ (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

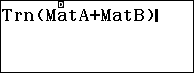
* ถ้า A เป็น  เมทริกซ์ แล้ว  จะมีขนาดเท่ากับเท่าใด (แนวตอบ)
* สมาชิกในแถวที่ 2 หลักที่ 1 ของ B ตรงกับสมาชิกตัวใดของ  (แนวตอบแถวที่ 1 หลักที่ 2)
* สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 2 ของ C ตรงกับสมาชิกตัวใดของ (แนวตอบแถวที่ 2 หลักที่ 3)
* จงอธิบายความหมายของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน (แนวตอบ เมทริกซ์ที่เกิดจากการสลับสมาชิกในแถวกับหลัก เช่น แถวที่ 1 ของ A จะเป็นหลักที่ 1 ของ )

1. จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 2 นักเรียนจะได้สำรวจค่า และ (ขั้นการสำรวจ)

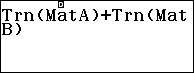
ซึ่งการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์สำรวจค่า และทำได้ดังนี้

* กำหนดเมทริกซ์ A และ B



* คำนวณค่าของ 



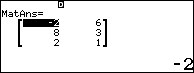
* คำนวณค่าของ 

* จึงสรุปได้ว่า

1. เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 2 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ซึ่งจะได้ข้อสรุปว่า  (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
2. จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 3 นักเรียนจะได้สำรวจค่า และ (ขั้นการสำรวจ) ซึ่งการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์สำรวจค่า และทำได้แนวทางเดียวกันกับการสำรวจในข้อ 2)
3. เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 3 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ซึ่งจะได้ข้อสรุปว่า  (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
4. จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 4 นักเรียนจะได้สำรวจค่า (ขั้นการสำรวจ) ซึ่งการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์สำรวจค่า ทำได้ดังนี้

* กำหนดเมทริกซ์ A

* คำนวณค่าของ 

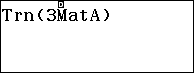
 

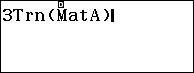
1. เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 4 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ซึ่งจะได้ข้อสรุปว่า  (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
2. จากกิจกรรมในใบกิจกรรมข้อที่ 5 นักเรียนจะได้สำรวจค่า กับ  (ขั้นการสำรวจ)

ซึ่งการใช้เครื่องคำนวณสำรวจค่า ทำได้ดังนี้

* กำหนดเมทริกซ์ A

* คำนวณค่าของ 

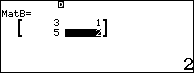
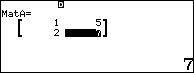
 

* คำนวณค่าของ 

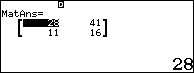
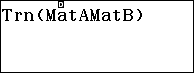
1. เมื่อทำกิจกรรมข้อที่ 5 เสร็จ ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ซึ่งจะได้ข้อสรุปว่า  (ขั้นสรุปความสัมพันธ์)
2. ให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบว่า  หรือไม่ (ขั้นการตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน)

ซึ่งการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ทำได้ดังนี้

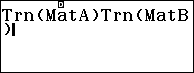
* กำหนดเมทริกซ์  และ 



* คำนวณค่าของ 

* คำนวณค่าของ 

* จึงสรุปว่า 

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยน โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ (ขั้นการฝึกทักษะ)
2. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้**

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยน
3. แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่องเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

**การวัดผลและประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 5
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 5**

**เรื่อง เมทริกซ์สลับเปลี่ยน**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz คำนวณหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1. จงหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ต่อไปนี้

1.1  จะได้ 

1.2  จะได้ 

1.3  จะได้ 

1.4  จะได้ 

**คำถามท้ายกิจกรรม**

1. ถ้า A เป็น  เมทริกซ์ แล้ว  จะมีขนาดเท่ากับเท่าใด

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. สมาชิกในแถวที่ 2 หลักที่ 1 ของ B ตรงกับสมาชิกตัวใดของ 

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. สมาชิกในแถวที่ 3 หลักที่ 2 ของ C ตรงกับสมาชิกตัวใดของ 

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. จงอธิบายความหมายของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. จงหาผลบวกของเมทริกซ์ต่อไปนี้

2.1 กำหนดให้  , 

2.2 กำหนดให้  , 

2.3 กำหนดให้  , 

จากข้อ 2.1-2.3 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. จงหาผลคูณของเมทริกซ์ต่อไปนี้
   1. กำหนดให้  , 

* 1. กำหนดให้  , 

* 1. กำหนดให้  , 

จากข้อ 3.1-3.3 จงสร้างข้อความคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. กำหนดให้  ,  และ 

จากข้อ 4) จงสร้างข้อความคาดการณ์

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

1. กำหนดให้  ,  และ 

จากข้อ 5) จงสร้างข้อความคาดการณ์

…………………………………………………………………………………………………………………………………………………….

**แบบฝึกทักษะที่ 5**

**เรื่อง เมทริกซ์สลับเปลี่ยน**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ต่อไปนี้ โดย**ไม่ใช้**เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1.  จะได้ 
2.  จะได้  สมาชิกในแถวที่ 1 หลักที่ 2 ของ  คือ .................
3. จะได้ สมาชิกในแถวที่ 1 หลักที่ 2 ของ คือ .................

1.  และ  จะได้

1.  จะได้

1.  และ  จะได้